

I. Zadaci za samostalan rad iz Fizike čvrstog stanja

Drude i Zomerfeldova teorija metala. Direktna i inverzna rešetka.
Rasijanje X-zraka na kristalima.

1. Razmatrajući homogen i izotropan metal koji je smješten u spoljašnje x - električno polje E_x i z - magnetno polje H_z , odrediti komponente tenzora: (a) specifičnog otpora ρ ; (b) električne provodnosti σ .
Poznato je vrijeme relaksacije τ i provodnost σ_0 kada nema magnetnog polja. Uputstvo. Napisati u matricnom obliku realcije $\vec{E} = \rho \cdot \vec{j}$ i $\vec{j} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_L - \frac{\vec{p}}{\tau}$, gdje je \vec{F}_L Lorencova sila.

$$\text{Rj. (a)} \rho_0 \begin{pmatrix} 1 & \omega_c \tau \\ -\omega_c \tau & 1 \end{pmatrix}; \text{(b)} \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} \begin{pmatrix} 1 & -\omega_c \tau \\ \omega_c \tau & 1 \end{pmatrix}$$

2. Koristeći Drudeov model metala, odrediti graničnu vrijednost talasne dužine ultravioletne svjetlosti za koju će metal natrijuma biti providan. Poznata je koncentracija elektrona $n = 2,5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$,
 $m_e = 0,9 \cdot 10^{-27} \text{ g}$, $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Uputstvo. Iskoristiti uslov za indeks prelamanja $\sqrt{\epsilon} > 0$, da je $\epsilon = 1 + 4\pi P / E$, polarizacija $P = n e x$, a jednačina kretanja elektrona $m \ddot{x} = e E_0 \cos(\omega t)$.

$$\text{Rj. } \lambda \leq 2\pi c \sqrt{m / (4\pi n e^2)} = 0,21 \mu\text{m}.$$

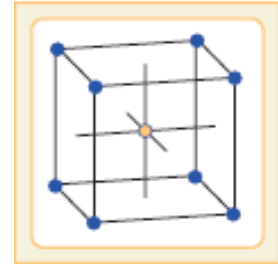
3. Atom He^3 ima spin $1/2$ i predstavlja fermion. Gustina tečnog He^3 je $0,081 \text{ g cm}^{-3}$ blizu apsolutne nule. Izračunati ϵ_F i T_F u tom slučaju.

$$\text{Rj. } \epsilon_F \approx 7 \cdot 10^{-34} \text{ J}; T_F \approx 5 \text{ K}.$$

4. Za Pipardov 'standardni metal' sa koncentracijom slobodnih elektrona $n = 6,0 \cdot 10^{22} \text{ 1/cm}^3$, izračunati sljedeće vrijednosti: (a) $\Omega_{el} = L^3 / N$ - zapreminu po jednom elektronu; (b) r_s - poluprečnik sfere čija je zapremina jednaka Ω_{el} ; (c) k_F ; (d) v_F ; (e) p_F ; (f) ϵ_F ; (g) T_F .

Rj. (a) $16,667 \text{ \AA}$; (b) $1,585 \text{ \AA}$; (c) $1,21 \times 10^8 \text{ cm}^{-1}$; (d) $1,40 \times 10^8 \text{ cm/s}$; (e) $12,75 \times 10^{-25} \text{ Ns}$; (f) $5,56 \text{ eV} = 0,409 \text{ Ry}$; (g) 64700 K .

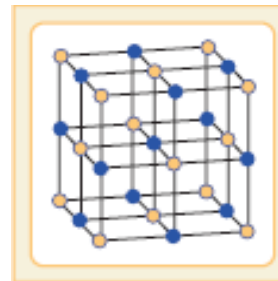
5. Odrediti gustinu CsCl , čija kristalna struktura je prosta kubična (sc) sa bazisom: $\text{Cs}^+(0,0,0)$ i $\text{Cl}^-(1/2,1/2,1/2)$ i konstantnom rešetke $a = 4,11 \text{ \AA}$. Poznato je N_A i $^{55}\text{Cs}^{132,91}$ i $^{35,457}\text{Cl}^{35,457}$.
Rj. $\rho \approx 4,02 \text{ g/cm}^3$.



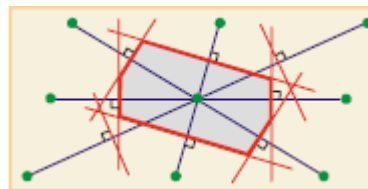
6. Fluorit - CaF_2 ima kristalnu strukturu fcc rešetke sa bazisom: $\text{Ca}(0,0,0)$ i dva atoma F u $(1/4,1/4,1/4)$ i $(3/4,3/4,3/4)$. Izračunati gustinu jedinjenja. Poznato je rastojanje između najbližih susjednih atoma $d_{n,n} = 2,36 \text{ \AA}$, $^{40,08}\text{Ca}$ i $^{18,998}\text{F}$ i N_A .

$$\text{Rj. } \rho \approx 3,18 \text{ g/cm}^3.$$

7. Naći: (a) rastojanje između dva susjedna atoma; (b) najmanje rastojanje između dva atoma iste vrste za jedinjenje KCl koje ima kubičnu strukturu tipa NaCl. Poznata je gustina KCl $\rho \approx 1,98 \text{ g/cm}^3$, $^{39,09}\text{K}$ i $^{35,457}\text{Cl}$ i N_A .
Rj. (a) $3,14 \text{ \AA}$; (b) $6,29 \text{ \AA}$.



8. Za 2D rešetku sa primitivnim vektorima $\vec{a}_1 = (1,0)$ i $\vec{a}_2 = (1/2, \sqrt{3}/2)$: (a) nacrtati jednu elementarnu ćeliju; (b) konstruisati Wigner-Zajcovu ćeliju i odrediti njene dužine stranica i vrijednosti uglova



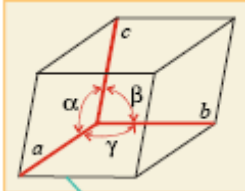
9.] Model kristala čvrstih sfera poluprečnika r_A i r_B ima strukturu: (a) CsCl; (b) NaCl. Pokazati da se atomi na glavnoj dijagonali kocke neće dodirivati, ako je r_A/r_B redom: (a) 1,37; (b) 2,44.

10.] Naći izraz za računanje zapremine elementarne ćelije:

(a) monokliničnog ($\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta, a \neq b \neq c$)

(b) heksagonalnog ($\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ, a = b \neq c$)

(c) romboedarskog ($\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ, a = b = c$)



11.] Naći broj elementarnih ćelija u 1 cm^3 heksagonalnog kristala sa parametrima $a = 3,20 \text{ \AA}$ i $c = 5,20 \text{ \AA}$.

12.] Dokazati da je inverzna rešetka Bravaisova rešetka.

13.] Pokazati da je površinski centriranoj kubičnoj (fcc) Bravais (Bravais) rešetki stranice a inverzna zapreminski centrirana (bcc) kubična rešetka stranice 4π i odrediti njene primitivne vektore.

14.] Primitivni vektori translacije heksagonalne prostorne rešetke se mogu izabrati u sljedećem obliku:

$$\vec{a}_1 = a(\vec{e}_1 + \sqrt{3} \cdot \vec{e}_2)/2, \quad \vec{a}_2 = a(-\vec{e}_1 + \sqrt{3} \cdot \vec{e}_2)/2,$$

$$\vec{a}_3 = c \cdot \vec{e}_3.$$

Naći osam najkraćih nenultih vektora njene inverzne rešetke, nacrtati odgovarajuću I Brillouinovu zonu i izračunati njenu zapreminu.

15.] Kontinualni spektar X – zraka se dobija u cijevi kod koje je potencijalna razlika katode i antikatode 5 kV. Ako se ovim X – zracima obasja kristal kubične strukture parametra rešetke $a = 4,938 \text{ \AA}$, pod kojim najmanjim uglom se javlja difrakcioni maksimum od familije ravnih (020).

16.] Odrediti koji uslov zadovoljavaju koordinate vektora inverzne rešetke u Dekartovom koordinatnom sistemu, kojima odgovara odsustvo difrakcionih maksimuma pri rasijanju X – zraka odgovarajuće talasne dužine u monoatomsom kristalu zapreminski centrirane kubične strukture (bcc).

17.] Talasna dužina karakterističnog rendgenskog zračenja dobijenog iz bakarne anode, iznosi $1,537 \text{ \AA}$. Ono pada na kristal Al, i difrakcioni maksimum od ravni (111) se javlja pod uglom $19,2^\circ$. Al ima strukturu fcc, gustina mu je 2699 kg/m^3 , a atomski broj 26,98. Izračunati Avogadrov broj na osnovu datih podataka.